

Dieter Ortner

## **Distanzbestimmung in der Astronomie**

Die Bestimmung von Distanzen ist eine der schwierigsten und zugleich faszinierendsten Aufgaben der Astronomie. Ein astronomischer «Dauerbrenner» gewissermassen seit Menschen sich mit astronomischen Fragen beschäftigen.

### **1. Aristarch von Samos**

Die Geschichte der Distanzbestimmung beginnt mit Aristarch von Samos (310–250 v. Chr.). Seine Beobachtungen und Überlegungen hat er in seiner Schrift «Über die Grössen und Entfernungen der Sonne und des Mondes» festgehalten.

Aristarch ist einer der griechischen Naturphilosophen, die zur Erklärung der Natur nicht Götter und Mythologien herangezogen haben, sondern begonnen haben, die Welt «mit den Augen der Wissenschaft» zu sehen. Aristarch hielt die Sonne für ein grosses Feuer. Er hat erkannt, dass der Mond kein eigenes Licht hat, sondern das Licht von der Sonne erhält. Mit seinen scharfsinnigen Überlegungen ist er zu dem Schluss gekommen, dass der Mondradius etwa ein Drittel des Erdradius ist, dass der Mond etwa 20 Erdradien entfernt ist, dass die Sonne etwa siebenmal grösser ist als die Erde und etwa 20-mal weiter entfernt ist als der Mond.

Aus den von ihm festgestellten Grössenverhältnissen zog Aristarch eine sehr interessante Schlussfolgerung: Wenn die Sonne siebenmal grösser ist als die Erde, dann schien es ihm nicht vernünftig zu sein anzunehmen, die kleine Erde sei der Mittelpunkt und die grosse Sonne kreise um die kleine Erde. Aristarch war der Ansicht, die grosse Sonne sei in der Mitte und die kleine Erde kreise um die Sonne. Aristarch war der erste Vertreter des heliozentrischen Weltbildes.

Im Folgenden sollen nun die Überlegungen des Aristarch von Samos nachgezeichnet werden.

### **Das Verhältnis des Abstandes Erde – Mond zu Erde – Sonne**

Aristarch stellt folgende Überlegung an: Wenn genau Halbmond herrscht, dann ist doch der Winkel Beobachter – Mond – Sonne genau  $90^\circ$  (Abbildung 1). Aristarch bemühte sich nun, bei Halbmond den Winkel Mond – Beobachter – Sonne zu messen (ein ungemein schwieriges Unterfangen!) und fand ihn zu  $87^\circ$ . Wenn man nun dieses Dreieck Mond – Beobachter – Sonne so genau wie möglich konstruiert (Abbildung 2), oder Winkelfunktionen zu Hilfe nimmt, erhält man Folgendes: Die Sonne ist etwa 19-mal weiter entfernt von der Erde als der Mond.

### **Das Verhältnis der Grösse des Mondes zur Grösse der Sonne**

Diese erste Feststellung, dass die Sonne 19-mal weiter entfernt ist als der Mond, sagt noch nichts aus über das Verhältnis der Grösse des Mondes zur Grösse der Sonne.

Zur Bestimmung des Verhältnisses der Grösse des Mondes zur Grösse der Sonne nutzte Aristarch die Tatsache, dass bei einer totalen Sonnenfinsternis der Mond die Sonne ganz genau verdeckt (Abbildung 3). Zur Zeit des Aristarch war die Mathematik der Griechen bereits voll entwickelt (Aristarch lebte nach Euklid und Pythagoras), und so war es ihm ein Leichtes festzustellen: Sonne und Mond haben gleiche scheinbare Grösse. Die Sonne ist 19-mal weiter entfernt als der Mond, also muss die Sonne auch 19-mal grösser sein als der Mond.

### **Das Verhältnis Monddurchmesser zur Entfernung Erde – Mond bzw.**

### **Sonnendurchmesser zur Entfernung Erde – Sonne**

Aristarch machte folgende Feststellung: Der Mond erstreckt sich über 1/15 eines Tierkreiszeichens.

Wir haben (wie die alten Griechen) zwölf Tierkreiszeichen, vom Widder über den Stier bis hin zu den Fischen. Jedes Tierkreiszeichen sollte sich also über einen Winkel von 30° erstrecken. 1/15 von 30° sind 2°, nach Aristarch sollte der Mond (und damit auch die Sonne) einen Winkeldurchmesser von 2° haben (Abbildung 4). (Bemerkung: Der Wert 2° ist allerdings um einiges zu gross. Der Winkeldurchmesser des Mondes beträgt in Wirklichkeit nur etwa ein halbes Grad.)

Nimmt man die Entfernung Beobachter – Mond (oder Beobachter – Sonne) zu 1, so bedeutet ein Winkel von 2° eine Strecke von  $(2 \cdot \pi \cdot 2^\circ) : 360^\circ = 0,035$ . Der Durchmesser des Mondes beträgt also (nach Aristarch) 3,5% seiner Entfernung von der Erde. Der Durchmesser der Sonne beträgt ebenfalls 3,5% ihrer Entfernung von der Erde.

### **Zusammenfassung der bisherigen Ergebnisse:**

Setzt man die Entfernung Erde – Mond gleich 1, so erhält man folgende Grössenangaben:

Die bis hierher berechneten Grössenbeziehungen stehen in keinerlei Zusammenhang zur Grösse der Erde. Wir wissen zwar, dass der Mond 19-mal kleiner ist als die Sonne, ob aber die Erde grösser oder kleiner als der Mond oder die Sonne ist, kann daraus nicht abgeleitet werden.

Die alten Griechen wussten bereits, dass die Erde nicht eine Scheibe, sondern eine Kugel ist. Sie konnten beobachten, dass von am Horizont auftauchenden Schiffen erst nur die Segel, dann erst der Schiffsrumpf zu sehen ist. Sie beobachteten den Sternenhimmel auf verschiedenen Breitengraden: Nicht alle Sterne, die in Griechenland zirkumpolar sind, sind dies auch im südlicher gelegenen Ägypten. Sie beobachteten bei Mondfinsternissen die Form des Erdschattens am Mond: Er ist rund.

Bei einer totalen Mondfinsternis kann man drei Phasen unterscheiden (siehe Abbildung 5):

Phase 1 Von der ersten Verdunkelung am Mondrand bis zur völligen Verdunkelung. Der Mond gleitet in den Kernschatten der Erde hinein.

Phase 2 Der Mond ist völlig verdunkelt und gleitet durch den Erdschatten hindurch.

Phase 3 Vom ersten Sonnenlicht am Mondrand bis wieder zum voll beleuchteten Mond. Der Mond gleitet aus dem Kernschatten der Erde heraus.

Aristarch machte sich nun folgende Beobachtung zu Nutze: Wenn der Mond genau durch die Mitte des Erdschattens hindurch gleitet, also den längsten Weg durch den Erdschatten nimmt, dann dauern die drei Phasen ziemlich genau gleich lange. In unseren Zeiteinheiten gemessen: Es geht etwa eine Stunde, bis der Mond völlig verdunkelt ist, dann bleibt er etwa eine Stunde völlig im Dunklen, er braucht dann nochmals etwa eine Stunde bis er wieder im alten Glanz erstrahlt.

Aristarch schloss daraus, dass der Erdschatten an der Stelle, an der ihn der Mond

durchquert, genau zwei Monddurchmesser breit ist (Abbildung 5). Daraus konnte Aristarch das Verhältnis des Erddurchmessers zum Monddurchmesser bestimmen. Das soll nun gezeigt werden.

In Abbildung 6 ist die Situation nochmals schematisch dargestellt. Mit  $m$  ist der Radius des Mondes bezeichnet, mit  $e$  der Radius der Erde und mit  $s$  der Radius der Sonne. Wir setzen wieder den Abstand Erde – Mond gleich 1. Aus den beiden in Abbildung 6 grau unterlegten Dreiecken gewinnt man folgende Proportion:

$$(e - 2m) : 1 = (s - 2m) : 20$$

Setzt man  $s = 19m$  (Radius der Sonne ist 19-mal so gross wie der Radius des Mondes), so erhält man:

$$(e - 2m) : 1 = 17m : 20$$

Auflösen nach  $m$  ergibt:  $m = 0,35 e$ .

Im Klartext: Der Radius des Mondes beträgt 35% des Erdradius.

Unter der Annahme, dass die Sonne 19-mal grösser ist als der Mond, erhält man auch die Beziehung zwischen Erdradius zu Sonnenradius:  $s = 6,7e$ . Der Radius der Sonne ist 6,7-mal grösser als der Radius der Erde.

#### **Zusammenfassung der Distanzverhältnisse nach Aristarch:**

Spalte 1 und Spalte 3 unterscheiden sich in der Wahl der Einheit. In Spalte 1 ist der Abstand Erde – Mond als 1 angenommen. In Spalte 2 ist der Radius der Erde zu 1 angenommen.

Spalte 3 zeigt die Distanzverhältnisse und Grössenverhältnisse auf Grund moderner Messungen. Aristarch hat die Grössenverhältnisse im Prinzip richtig erkannt, seine Messmethoden waren halt noch nicht so ausgereift. Der Winkel zwischen Mond und Sonne bei Halbmond, den Aristarch zu  $87^\circ$  angegeben hat, sollte eine Grösse von  $89^\circ 51'$  haben. Der Durchmesser des Mondes und der Sonne ist mit  $2^\circ$  auch zu gross geraten. Mit heutigen Messgeräten erhält man für den Durchmesser des Mondes  $31'$  und für den Durchmesser der Sonne  $32'$ .

Dennoch: Kompliment, Herr Aristarch.

## 2. Bestimmung des Erdradius

Hätte Herr Aristarch schon genaue Kenntnis von der Grösse des Erdradius gehabt, dann hätte er – in seinem System – auch «auf den Kilometer genau» die Grösse und Abstände von Mond und Sonne angeben können.

Die erste Bestimmung des Erdradius gelang Eratosthenes (etwa 275–195 v. Chr.). Eratosthenes war Direktor der damals weltberühmten Bibliothek von Alexandria. Etwa im Jahre 200 v. Ch r. bestimmte er den Radius der Erde mit erstaunlich hoher Genauigkeit.

Eratosthenes stellte fest (siehe Abbildung 7), dass am 21. Juni zur Mittagszeit in Syene (dem heutigen Assuan) die Sonne nahezu senkrecht steht (nach dem Atlas liegt Assuan etwa auf  $24^\circ$  nördlicher Breite, also ziemlich genau am nördlichen Wendekreis). Für Alexandria (aus dem Atlas findet man für Alexandria eine Breite von etwa  $31^\circ$ ) fand Eratosthenes heraus, dass die Sonnenstrahlen zur selben Zeit gegen die Senkrechte um einen Winkel geneigt sind, der gerade ein Fünfzigstel eines vollen Winkels ausmacht, also um einen Winkel von  $360^\circ:50=7,2^\circ$ . Die beiden Verbindungslinien vom Erdmittelpunkt nach Syene bzw. Alexandria müssen also einen Winkel von  $\alpha=7,2^\circ$  miteinander einschliessen, oder anders ausgedrückt: Die Distanz von Syene bis Alexandria muss gerade ein Fünfzigstel des Erdumfangs ausmachen.

Eratosthenes wusste, dass der Abstand zwischen Alexandria und Syene 5000 Stadien betrug und konnte daraus in einfacher Weise den Umfang der Erdkugel berechnen:  
Erdumfang = 5000 Stadien  $\times$  50 = 250 000 Stadien.

Eratosthenes benutzte aller Wahrscheinlichkeit nach das ägyptische Stadion zu 157,5 m. Damit erhält man für den Erdumfang 39690 km, was dem tatsächlichen Wert von 40 000 km erstaunlich nahe kommt.

Dieser Wert ist auch 2000 Jahre lang kaum verbessert worden. Die Genauigkeit der Bestimmung durch Eratosthenes wurde erst wieder im 17. Jahrhundert erreicht. Christoph Kolumbus nahm für seine «Reise nach Indien» noch einen wesentlich kleineren Radius der Erde an. Wäre ihm die wahre Grösse des Erdradius bekannt gewesen, hätte er diese Reise vielleicht gar nicht gewagt.

### 3. Die keplerschen Gesetze

Zunächst die Geschichte der Astronomie in Kürze: Im Ptolemäischen Weltbild (Claudius Ptolemäus 100–178 n. Chr.) steht die Erde im Mittelpunkt, Mond, Sonne und Planeten kreisen um die Erde.

Im Weltbild des Tycho Brahe (1546–1601 n. Chr.) behielt zwar die Erde ihre zentrale Stellung im Mittelpunkt des Universums, der Mond und die Sonne kreisten um die Erde. Die Planeten aber kreisten nicht um die Erde, sondern um die Sonne (und kreisten somit mit der Sonne gemeinsam um die Erde).

Nikolaus Kopernikus (1473–1543 n. Chr.) leitete die «Kopernikanische Revolution» ein. Er setzte die Sonne in die Mitte und liess die Planeten um die Sonne kreisen. Einen Beweis für die Richtigkeit seines Weltbildes konnte er nicht erbringen. Seine Theorie «krankte» noch daran, dass er annahm, die Planeten würden auf kreisförmigen Bahnen (anstelle von Ellipsen) um die Sonne kreisen.

Galileo Galilei (1564–1642 n. Chr.) vertrat ebenfalls das Weltbild des Kopernikus. Einen stichhaltigen Beweis für die Richtigkeit konnte auch er nicht erbringen. Den Durchbruch schaffte Johannes Kepler (1571–1630 n. Chr.) mit seinen keplerschen Gesetzen. Das dritte keplersche Gesetz liefert einen wesentlichen Beitrag zu unserem Thema Distanzbestimmung.

1. keplersches Gesetz: Die Bahnen der Planeten sind Ellipsen, in deren einem Brennpunkt die Sonne steht (Abbildung 8).
2. keplersches Gesetz: Die Verbindungslinie zwischen Planet und Sonne überstreicht in gleichen Zeiten gleiche Flächen (Abbildung 9).
3. keplersches Gesetz: Die Quadrate der Umlaufzeiten verhalten sich wie die dritten Potenzen der grossen Achsen (Abbildung 10).

Abbildung 10 ist eine Computersimulation zu diesem dritten keplerschen Gesetz. Sie sehen eine Umlaufbahn mit der Umlaufzeit 20, eine Umlaufbahn mit der Umlaufzeit 40 und zwei Bahnen mit der Umlaufzeit 80. Die Umlaufzeiten verhalten sich also wie 1 :2:4, die Quadrate der Umlaufzeiten verhalten sich dann wie  $1^2:2^2:4^2 = 1:4:16$ . Wenn Sie nun die grossen Achsen der einzelnen Bahnen abmessen (die beiden Bahnen mit der Umlaufzeit 80 haben gleich lange grosse Achsen) und hoch drei nehmen, erhalten Sie als Verhältniszahlen ebenfalls 1:4:16.

Das dritte keplersche Gesetz erlaubt nun die Berechnung der grossen Halbachsen der Bahnellipsen der einzelnen Planeten (die ja nahezu Kreise sind) zwar nicht absolut, jedoch im Verhältnis zueinander. Die Umlaufzeiten der Planeten sind ja relativ einfach zu bestimmen, zu Keplers Zeit waren sie genau genug bekannt. Nimmt man die Umlaufzeiten zum Quadrat und zieht man daraus die dritte Wurzel, so erhält man die relativen Werte der Halbachsen ihrer Ellipsenbahnen. In meiner Berechnung habe ich den Radius der Erdbahn (Abstand Erde – Sonne) gleich 1 gesetzt.

Wenn man den Abstand Erde – Sonne absolut (in km) kennen würde, hätte man mit einem Schlag auch alle anderen Abstände.

Kepler hat seine drei Gesetze rein empirisch gefunden, durch Analyse der vielen und sehr genauen Planetenbeobachtungen des Tycho Brahe. Die genaue Herleitung gelang Isaak Newton (1643–1727) mit Hilfe seines (newtonschen)

Gravitationsgesetzes. Newton präzisierte das dritte keplersche Gesetz durch folgende Formel:

$$T^2 (m_1 + m_2) = 4 \pi^2 a^3 / G$$

Dabei sind  $m_1$  und  $m_2$  die Massen zweier Körper, die umeinander kreisen,  $T$  ist die Umlaufzeit,  $a$  der Abstand der beiden Körper,  $G$  ist die Gravitationskonstante.

#### 4. Parallaxebestimmung

Die Sache ist bekannt: Betrachtet man seinen Daumen einer ausgestreckten Hand einmal mit dem linken und dann mit dem rechten Auge, so scheint der Daumen vor dem Hintergrund hin und her zu springen, der sogenannte Daumensprung. Wenn Sie im Wald Fitnessübungen machen und Kopf oder Rumpf kreisen lassen, dann führen näher liegende Blätter oder Äste vor dem Hintergrund ebenfalls kreisende Bewegungen aus. Diese Verschiebungen vor dem Hintergrund nennt man Parallaxe.

Eine solche Verschiebung für näher liegende Planeten oder Sterne vor dem Hintergrund entfernter Sterne müsste auch zu beobachten sein, wenn sich die Erde um die eigene Achse dreht oder wenn sich die Erde um die Sonne dreht. Entsprechend unterscheidet man zwei Arten von Parallaxen:

1. Tägliche Parallaxe: Die tägliche scheinbare Bewegung näher liegender Objekte (Mond, Planeten) infolge der Erdumdrehung.
2. Jährliche Parallaxe: Die jährliche scheinbare Bewegung näher gelegener Fixsterne infolge der Bewegung der Erde um die Sonne.

Als Basis für den Parallaxewinkel der täglichen Parallaxe nimmt man zwei Punkte auf der Erde, welche gerade um den Erdradius  $r$  voneinander entfernt sind (Abbildung 8). Unter dem Parallaxewinkel  $\alpha$  versteht man jenen Winkel, um den sich ein Planet (oder Komet) auf dem Hintergrund der (im Vergleich dazu) unendlich weit entfernten Sternenkugel verschiebt, wenn man ihn von zwei Punkten der Erde aus beobachtet, welche gerade einen Erdradius (6370 km) voneinander entfernt sind. Aus Abbildung 8 erkennt man, dass der Parallaxewinkel  $\alpha$  zugleich jener Winkel ist, unter dem man von dem Planeten aus den Radius der Erde sehen würde.

Ist  $a$  die Distanz zwischen Erde und Planet und wird der Parallaxewinkel in Grad angegeben, so gilt folgende Beziehung:

$$r = 2 \cdot a \cdot \pi \cdot \alpha / 360$$

Wird der Parallaxewinkel in Sekunden (Parallaxewinkel in der Astronomie sind immer sehr kleine Winkel) angegeben, so gilt:

$$r = 2 \cdot a \cdot \pi \cdot \alpha / (360 \cdot 3600)$$

Durch Auflösen nach der Entfernung  $a$  (die ja bestimmt werden soll) erhält man:

$$a = r \cdot 180 / (\pi \cdot \alpha)$$

bezw.

$$a = r \cdot 180 \cdot 3600 / (\pi \cdot \alpha)$$

Der Mond hat eine tägliche Parallaxe von  $57'2'' = 3422''$ . Vom Mond aus sieht man also den Radius der Erde (6387 km) unter einem Winkel von  $3422''$ . Durch Einsetzen in Formel (2) erhält man folgenden Abstand des Mondes zur Erde:

$$a = r \cdot 180 \cdot 3600 / (\pi \cdot \alpha)$$
$$a = 6387 \cdot 180 \cdot 3600 / (\pi \cdot 3422) = 384'000 \text{ km.}$$

Die Sonne hat eine tägliche Parallaxe von  $8,79''$ . Von der Sonne aus sieht man also den Radius der Erde (6387 km) unter einem Winkel von  $8,79''$ . Durch Einsetzen in

Formel (2) erhält man als Abstand der Sonne zur Erde:  
 $a = 6378 * 180 * 3600 / (\pi * 8,79) = 150'000'000 \text{ km}$

Diese ca. 150 Millionen Kilometer des Abstandes Erde – Sonne nennt man auch Astronomische Einheit (AE). Sie dient als Massstab für Entfernungsangaben innerhalb unseres Sonnensystems bis hin zu den nahe gelegenen Fixsternen.

Die tägliche Parallaxe der Sonne ist bereits ein sehr kleiner Winkel. Für die nahe gelegenen Fixsterne lässt sich keine tägliche Parallaxe mehr bestimmen, der Erdradius als Basis ist dafür zu klein. Zur Bestimmung der Entfernung der nahen Fixsterne misst man die jährliche Parallaxe. Im Laufe eines Jahres führen die nahen Fixsterne auf dem Hintergrund weit entfernter Sterne winzige kreisende Bewegungen aus, eine Folge der Bewegung der Erde um die Sonne. Als Basis für die jährliche Parallaxe nimmt man die astronomische Einheit (den Abstand Erde – Sonne). Der Parallaxewinkel  $\alpha$  ist dann zugleich wieder der Winkel, unter dem man von dem nahen Fixstern den Radius der Erdbahn (die astronomische Einheit) sehen würde (Abbildung 12).

Unser nächst gelegener Fixstern, alpha – Centauri, hat eine jährliche Parallaxe von  $0,76''$ . Zur Berechnung seiner Entfernung verwenden wir wieder Formel (2),  $r$  wird ersetzt durch die astronomische Einheit:

$$a = 1\text{AE} * 180 * 3600 / (\pi * \alpha) = 271'400 \text{ AE.}$$

Für eine Strecke von 271'400 AE braucht das Licht 4,3 Jahre, unser nächster Nachbar ist also 4,3 Lichtjahre von uns entfernt.

Die astronomische Einheit AE ist für die Angabe der Distanzen der nächstgelegenen Fixsterne zu klein. Für diese Distanzen verwendet man das Parsec (pc). Ein Parsec ist die Entfernung, aus der Erdbahnradius unter einem Winkel von  $1''$  gesehen wird (Parsec ist eine Abkürzung für Parallaxensekunde). Eine Bogensekunde entspricht einem Winkel, unter dem man ein 5-Rappen-Stück aus 3,5 km Entfernung sehen würde.

$$1\text{pc} = 1\text{AE} * 180 * 3600 / (\pi * 1) = 206'265 \text{ AE.}$$

Entfernungsmessungen mittels der jährlichen Parallaxe sind möglich bis zu Entfernungen von etwa 100 Lichtjahren. Wenn man bedenkt, dass unser Milchstrassensystem einen Durchmesser von etwa 100 000 Lichtjahren hat, kann damit nur ein relativ bescheidener Teil des Weltalls erfasst werden. Für die Entfernungsmessung weiter entfernter Objekte gibt es eine Reihe anderer Methoden, welche allerdings durch die Entfernungsmessung mittels der jährlichen Parallaxe geeicht werden müssen.

## 5. Historisches zur Parallaxebestimmung

Einen ersten Versuch einer Parallaxebestimmung unternahm Tycho Brahe (1546–1601). Es ging um die Frage, ob sich nun die Sonne um die Erde oder die Erde um die Sonne dreht. Wenn sich die Erde um die Sonne dreht, so müsste doch beim (damals) entferntesten Planeten Saturn eine Parallaxe festzustellen sein. Tycho Brahe fand keine Parallaxe und schloss daraus, dass die Erde stillstehen müsse und sich die Sonne um die Erde dreht. (Die Annahme, dass sich das Fehlen einer messbaren Parallaxe durch die ungeheure Entfernung erklären liesse, schien ihm zu abwegig zu sein.)

Auch Kepler (1571–1630) versuchte sich an einer Parallaxemessung. Er versuchte die Marsparallaxe zu messen. Auch er scheiterte an der Kleinheit dieses Winkels. Kepler schloss daraus, dass die Entfernungen im Planetensystem wenigstens dreimal grösser sein müssten als damals angenommen wurde. (Diese dreimal vergrößerten Werte waren aber immer noch siebenmal zu klein in Vergleich zu den tatsächlichen Entfernungen.)

Den ersten Erfolg mit einer Parallaxemessung hatte J. D. Cassini, der 1672 die Marsparallaxe bestimmte. Von England und von Frankreich aus wurde zu gleicher Zeit der Ort des Planeten Mars unter den Fixsternen gemessen und damit seine Entfernung von der Erde bestimmt. Mit Hilfe des dritten keplerschen Gesetzes konnten damit auch die Entfernungen der Erde und der übrigen Planeten von der Sonne bestimmt werden. Als Abstand Erde – Sonne (die astronomische Einheit) erhielt man einen Wert von 134 bis 140 Millionen Kilometer. (Heute gültiger Wert: 149,6 Millionen km.)

Die erste Messung einer Fixsternparallaxe gelang 1838 Friedrich Bessel in Königsberg. Er konnte an einem Stern im Sternbild Schwan eine Parallaxe von  $0,30''$  feststellen. Man erhält eine Entfernung von 10,2 Lichtjahren.

Eine entscheidende Verbesserung der Entfernungsbestimmung im Sonnensystem gelang mit Hilfe des Venusdurchganges. Man beobachtet von zwei verschiedenen Orten der Erde aus die Venus wie sie vor der Sonnenscheibe vorbeizieht. Im Prinzip ist das ebenfalls eine Parallaxemessung, allerdings nicht auf dem Hintergrund der Fixsterne, sondern auf dem Hintergrund der Sonnenscheibe. Die Idee, die Venusdurchgänge durch die Sonne zur Entfernungsmessung zu benutzen, hatte der englische Astronom Edmond Halley (1656–1742). Venusdurchgänge sind relativ selten zu beobachten, sie treten paarweise mit einem Abstand von 8 Jahren auf, danach gibt es jedoch wieder 117 Jahre lang keine Venusdurchgänge. Halley veröffentlichte 1716 ein genaues Programm, welche Messungen beim nächsten im Jahr 1761 zu erwartenden Venusdurchgang vorzunehmen sind, um die Entfernung der Venus von der Erde bestimmen zu können. Dieser Venusdurchgang von 1761 wurde dann tatsächlich von insgesamt 62 Stellen der Erde aus beobachtet. Man erhielt als neuen Wert für die astronomische Einheit 149,7 Millionen Kilometer.

Die letzte Verbesserung gelang 1961, als man die Entfernung zur Venus mit Hilfe von Radar bestimmte. Man erhielt für die astronomische Einheit einen Wert von 149,6 Millionen Kilometer.

Die Entfernung zum Mond kann man heute mit einem Laserstrahl mit einer Genauigkeit von 10 cm (bei einer Distanz von 384 400 km) bestimmen. Die amerikanischen Astronauten haben bei einer ihrer Mondexpeditionen auf dem

Mond einen Rückstrahler aufgestellt, in der Funktion ähnlich den Rückstrahlern von Fahrradpedalen. Dieser Rückstrahler kann von der Erde aus mit einem Laserstrahl angepeilt werden und über die Laufzeit des Lichtes hin und zurück kann mit dieser unglaublichen Präzision der Abstand zum Mond gemessen werden.

## 6. Helligkeit der Sterne

Ein Stern, der uns als sehr hell erscheint (etwa die Wega, Beteigeuze, Aldebaran usw.) muss nicht unbedingt ein grosser Stern sein: Es kann sich um einen mittelmässigen Stern handeln, der halt ziemlich nahe ist und uns deshalb als sehr heller Stern erscheint. Unsere Sonne ist ja auch nur ein mittelmässiger Stern und doch erscheint sie uns von allen Gestirnen am allerhellsten. Sie ist uns halt so nahe.

Ein Stern kann absolut gesehen sehr hell sein, uns jedoch, da er weit weg ist, relativ schwach leuchtend erscheinen. Aus diesem Grunde unterscheidet man in der Astronomie zwischen relativer und absoluter Helligkeit.

### Relative Helligkeit $h$

Die Messung der Helligkeit bzw. die Klassifikation der Sterne nach ihrer Helligkeit geht zurück auf Hipparch im 2. Jahrhundert v. Chr. Hipparch bezeichnete die hellsten Sterne (z.B. Sirius, Vega, Altair) als Sterne erster Grösse. Sterne die mit freiem Auge gerade noch sichtbar sind, bezeichnete er als Sterne sechster Grösse. Man schreibt:

$h = 1m$  Stern erster Grösse

$h = 6m$  Stern sechster Grösse (Das  $m$  heisst so viel wie magnitude Grösse.)

Die moderne Astronomie hat im Prinzip an dieser Helligkeitsskala festgehalten, sie jedoch nach beiden Seiten hin erweitert. Man muss Acht geben: Je grösser die Zahl, umso geringer die Helligkeit. Die schwächsten gerade noch mit Teleskopen sichtbaren Sterne haben Helligkeiten  $23m$  bis  $30m$ . Unser hellster Stern, die Sonne, hat eine Helligkeit von  $-27m$ .

### Die scheinbare Helligkeit einiger Himmelskörper:

Sonne  $h = -27m$

Vollmond  $h = -13m$

Halbmond  $h = -11m$

Venus (im Maximum)  $h = -5m$

Mars, Jupiter (im Maximum)  $h = -3m$

Sirius, Saturn (im Maximum)  $h = 1m$

Wega  $h = 0m$

Polarstern  $h = +2m$

Uranus (im Maximum)  $h = +5m$

Neptun (im Maximum)  $h = +7m$

Pluto (im Maximum)  $h = +14m$

schwächste vom Erdboden aus erfassbare Sterne  $h = +25m$

schwächste mit dem Hubble Teleskop erreichbare Sterne  $h = +30m$

### Wichtig zu wissen:

– Beträgt der Unterschied in der Grösseklasse  $1m$ , so beträgt der Unterschied in der Helligkeit  $2,512$ .

– Beträgt der Unterschied in der Grösseklasse  $2m$ , so beträgt der Unterschied in der Helligkeit  $2,512^2 = 6,3$ .

– Beträgt der Unterschied in der Grösseklasse  $5m$ , so beträgt der Unterschied in der Helligkeit  $2,512^5 = 100$ .

Mit dem Hubble–Weltraumteleskop kann man noch  $100$ – mal schwächere Sterne ausmachen als mit den besten heute auf dem Erdboden stationierten Teleskopen.

### **Absolute Helligkeit H**

Wenn alle Sterne gleiche Entfernung hätten, könnte man an ihrer Helligkeit ihre wirkliche Grösse erkennen. Mit einem mathematischen Trick kann man das sogar machen: Man kann ausrechnen, welche scheinbare Helligkeit ein Stern hätte, wenn er sich in einer bestimmten Entfernung befinden würde. Die scheinbare Helligkeit, die ein Stern in einer Entfernung von 10 parsec hätte, nennt man seine absolute Helligkeit H.

Berechnung der absoluten Helligkeit H

$$H = h + 5 - i \cdot \log a$$

h = relative Helligkeit, a = Abstand in parsec (pc).

Unter all diesen Sternen wäre also Rigel (im Sternbild Orion) absolut gesehen der grösste und hellste. Er ist allerdings am weitesten entfernt und erscheint uns somit als nicht besonders hell.

## 7. Cepheiden – periodisch veränderliche Sterne

Im Altertum bis in das Mittelalter war man der Überzeugung, dass der Fixsternhimmel ewig sei und sich dort auch nie etwas ändern würde oder dürfe.

Im Jahre 1596 machte der protestantische Pastor David Fabricius jedoch eine überraschende Entdeckung: im Sternbild Walfisch verschwand ein Stern, tauchte nach Wochen wieder auf, verschwand wieder usw. Er nannte den Stern Mira, was so viel wie verwunderlich heisst. Fabricius entdeckte einen Veränderlichen.

Heute kennt man eine grosse Anzahl verschiedener Typen veränderlicher Sterne. Für die Entfernungsmessung von grosser Bedeutung sind die periodisch Veränderlichen, man nennt sie auch Pulsare, weil sie periodisch zu pulsieren scheinen. Ihre Helligkeit schwankt mit einer Periode von einigen Stunden bis Tage, Wochen und Monate.

Für einige Typen veränderlicher Sterne kennt man eine sogenannte Perioden–Helligkeits–Beziehung. Je grösser die Periodenlänge umso grösser ist auch die absolute Helligkeit  $H$ . Kennt man den Typ und hat man eine solche Perioden–Helligkeits–Beziehung, so kann man aus der Periodenlänge (welche relativ einfach zu bestimmen ist) die absolute Helligkeit  $H$  bestimmen. Bestimmt man dann auch noch die relative Helligkeit  $h$  (was auch relativ einfach ist), so erhält man dann mit Hilfe der Formel  $H = h + 5 - 5 \log a$  die Entfernung  $a$ .

Die wichtigsten und bekanntesten periodisch Veränderlichen sind die Cepheiden. Den Namen Cepheiden haben sie erhalten, weil man sie erstmals im Sternbild Cepheus entdeckt und studiert hat. Das Diagramm Abbildung 14 zeigt die Perioden–Helligkeits–Beziehung der Cepheiden.

Die Eichung erfolgt an nahe gelegenen Cepheiden mit Hilfe von Parallaxemessungen. Es gibt leider keine Cepheiden, die der Erde so nahe stehen, dass man die Entfernung mit Hilfe der jährlichen Parallaxe bestimmen könnte. Man benutzt hier die sogenannte sekundäre Parallaxe, welche sich durch die Bewegung der Sonne im Milchstrassensystem ergibt.

Ein Beispiel: Von einem veränderlichen Stern vom Typ Cepheiden (man erkennt den Typ an der Spektralklasse) wird festgestellt: Die Periodenlänge beträgt 50 Tage, seine relative Helligkeit ist  $h = +3m$ . Aus dem Diagramm Abbildung 14 kann man entnehmen:  $H = -6m$ . Zur Berechnung von  $a$  muss man die Formel  $H = h + 5 - 5 \log a$  nach  $a$  auflösen:

$$\begin{aligned} a &= 10^{(h + 5 - H) / 5} \\ a &= 10^{(3 + 5 - (-6)) / 5} \\ a &= 10^{2.8} \\ a &= 630 \text{ pc} \end{aligned}$$

Dieser Cepheide hat also eine Entfernung von 630 pc.

## 8. Entfernungsmessung mittels Novae und Supernovae

Mit Hilfe der jährlichen Parallaxe können Entfernungen bis 30 pc (etwa 100 Lichtjahre) bestimmt werden. Wenn man bedenkt, dass unsere Milchstrasse einen Durchmesser von etwa 100'000 Lichtjahren hat, ist das lediglich die nächste Umgebung unserer Milchstrasse.

Mit Hilfe von Cepheiden kann man Distanzen bis zu 13 Millionen Lichtjahre bestimmen. Das reicht bis zu den nächst gelegenen Galaxien, sogar über die sogenannte « lokale Gruppe » hinaus. Die lokale Gruppe ist eine Ansammlung von Galaxien in einem Umkreis von etwa 4 Millionen Lichtjahren. Unsere Milchstrasse ist eine davon. Die Schwierigkeit der Entfernungsmessung mit Cepheiden ist halt die, in den entfernten Galaxien geeignete Cepheiden zu entdecken.

Wie misst man Distanzen, die für die Cepheiden-Methode zu gross sind? Für die nächst grösseren Distanzen sind Novae und Supernovae zuständig.

Novae (wörtlich: Neue Sterne) sind Sternexplosionen. Dabei steigt die Helligkeit innerhalb von einem Tag im Mittel um etwa elf Grössenklassen an. Die absolute Helligkeit erreicht einen Wert von etwa  $-7m$ . Es gibt verschiedene Typen von Novae, auch wiederkehrende Novae: Novae die in Zeitabständen von 10 bis 50 Jahren ausbrechen.

Beispiel: Man entdeckt eine Novae mit einer relativen Helligkeit von  $+17m$ . Nimmt man an, dass seine absolute Helligkeit  $-7m$  beträgt, so ergibt sich aus der Formel

$$a = 10^{h + 5 - H} / 5$$

$$a = 10^{17 + 5 - (-7)} / 5$$

$$q = 630'000 \text{ pc}$$

Die Entfernung dieser Galaxie beträgt also 630'000 pc oder 2'000'000 Lichtjahre.

Supernovae sind Sternexplosionen, bei denen die Helligkeit innerhalb weniger Tage um etwa 20 Grössenklassen zunimmt. Die absolute Helligkeit erreicht Werte von  $-14m$  bis  $-21m$ . Supernovae sind relativ selten. Doch mit ihrer Hilfe können Entfernungen bis etwa 500 Millionen Lichtjahre bestimmt werden.

## 9. Messung der (Radial-) Geschwindigkeit mittels Rotverschiebung

500 Millionen Lichtjahre, das ist eine halbe Milliarde Lichtjahre. Das Weltall ist etwa 15 Milliarden Lichtjahre alt, also sollte man auch 15 Milliarden Lichtjahre tief in das Weltall hineinsehen können (womöglich bis hin zum Urknall!). Wie bestimmt man Entfernungen in der Grössenordnung von Milliarden von Lichtjahren?

Leuchtende Gase haben kein kontinuierliches Spektrum (etwa wie der Regenbogen), sondern einzelne sehr scharfe Spektrallinien. Eine der Linien von glühendem Wasserstoff ist die rote Linie mit einer Wellenlänge von  $656,3 \cdot 10^{-9}$  m. Wenn sich nun das Objekt, welches dieses rote Licht aussendet, auf uns zu bewegt, wird die Wellenlänge etwas kleiner, sie verschiebt sich in Richtung Blau, man sagt Blauverschiebung. Wenn sich das Objekt von uns weg bewegt, wird die Wellenlänge etwas grösser, man sagt Rotverschiebung. Beim Schall kennen wir einen ähnlichen Effekt: Wenn sich eine Schallquelle auf uns zu bewegt (oder wir uns auf eine Schallquelle hin bewegen), treffen pro Sekunde mehr Schallwellen unser Ohr, die Wellenlänge wird kürzer, der Ton wird höher. Wenn sich eine Schallquelle von uns weg bewegt (oder wir uns von einer Schallquelle weg bewegen), treffen pro Sekunde weniger Schallwellen unser Ohr, die Wellenlänge wird länger, der Ton wird tiefer. Diese Erscheinung ist als Doppler-Effekt bekannt.

Die Geschwindigkeit, mit der sich das Objekt auf uns zu oder von uns weg bewegt (man nennt das die Radialgeschwindigkeit), lässt sich auf einfache Weise mit folgender Formel berechnen:

$$v = c \cdot \Delta \lambda / \lambda$$

Dabei bedeutet  $v$  die Geschwindigkeit auf uns zu oder von uns weg,  $c$  die Lichtgeschwindigkeit ( $c = 300\,000$  km/s),  $\lambda$  die Wellenlänge und  $\Delta \lambda$  die Verschiebung der Wellenlänge. Welche Längeneinheit man für  $\lambda$  und für  $\Delta \lambda$  wählt, ist unwichtig, diese Einheit «kürzt sich weg». Die Geschwindigkeit  $v$  erhält man dann in der Einheit, in der die Lichtgeschwindigkeit  $c$  angegeben ist.

Beispiel:

Eine der Spektrallinien des Wasserstoffes hat eine Wellenlänge von  $656 \cdot 10^{-9}$  m, es ist eine rote Linie. Nun stellt man von einer entfernten Galaxie fest, dass diese rote Spektrallinie eine Wellenlänge von  $706 \cdot 10^{-9}$  m hat. Die Wellenlänge ist grösser geworden, sie hat sich in Richtung Rot verschoben, diese Galaxie bewegt sich von uns fort. Die Geschwindigkeit, mit der sie sich von uns fort bewegt (man nennt sie Fluchtgeschwindigkeit), kann man mit der angegebenen Formel leicht berechnen:

$$v = c \cdot \Delta \lambda / \lambda$$

$$v = 300\,000 \cdot 50 \cdot 10^{-9} / (656 \cdot 10^{-9} \text{m})$$

$$v = 23\,000 \text{ km/s}$$

## 10. Entfernungsmessung mittels Rotverschiebung

In den zwanziger Jahren entdeckte man, dass Galaxien ausnahmslos Rotverschiebung der Spektrallinien zeigen. Sie bewegen sich also alle von uns weg. Der amerikanische Astronom Edwin Hubble konnte auch noch feststellen, dass die Geschwindigkeit, mit der sich Galaxien von uns weg bewegen, umso grösser ist, je weiter die Galaxie von uns entfernt ist. Das Weltall dehnt sich also aus (wie ein Kuchenteig beim Backen). Hubble stellte auch fest, dass die Fluchtgeschwindigkeit proportional zur Entfernung zunimmt: Doppelter Abstand bedeutet doppelte Fluchtgeschwindigkeit, dreifacher Abstand bedeutet dreifache Fluchtgeschwindigkeit. Hubble bestimmte auch den Proportionalitätsfaktor, man nennt diesen Faktor heute die Hubble-Konstante  $H$ .

Der genaue Wert der Hubble-Konstante ist schwierig zu bestimmen. Er liegt zwischen 50 und 100 km/s pro Mpc. Man rechnet heute mit einem Wert von 75 km/s pro Mpc. Was bedeutet diese Zahl?

1 Mpc = 1 000 000 pc = 3 260 000 Lichtjahre. Eine Galaxie in einer Entfernung von 1 Mpc hat eine Fluchtgeschwindigkeit von 75 km/s. Eine Galaxie in einer Entfernung von 2 Mpc hat eine Fluchtgeschwindigkeit von  $2 * 75 \text{ km/s} = 150 \text{ km/s}$ . Eine Galaxie in einer Entfernung von 3 Mpc hat eine Fluchtgeschwindigkeit von  $3 * 75 \text{ km/s} = 225 \text{ km/s}$  usw.

Als Formel geschrieben:  $v = H * d$ , dabei ist  $v$  die Geschwindigkeit in km/s,  $d$  die Entfernung in Mpc,  $H$  die Hubble-Konstante von 75 km/s pro Mpc.

Kehren wir zu unserem obigen Beispiel zurück. Wir hatten angenommen, dass sich die rote Wasserstofflinie von  $656 * 10^{-9} \text{ m}$  auf  $706 * 10^{-9} \text{ m}$  verschiebt. Wir haben daraus eine Fluchtgeschwindigkeit von  $v = 23\,000 \text{ km/s}$  errechnet. Mit Hilfe der Hubble-Beziehung  $v = H * d$  lässt sich nun die Entfernung  $d$  berechnen:

$$d = v / H$$

$$d = 23\,000 / 75$$

$$d = 300\,000\,000 \text{ pc}$$

In Lichtjahren:  $300\,000\,000 \text{ pc} = 1\,000\,000\,000 \text{ Lj} = 1 \text{ Milliarde Lichtjahre Entfernung.}$

## 11. Das Universum im Modell

Die Ausmasse des Universums – sowohl räumlich wie auch zeitlich – sind so gross, dass man sich kaum eine Vorstellung machen kann.

Wir wollen nun das Universum in zweifacher Hinsicht «verkleinern»:

Zeitlich im Massstab 1: 65 240 000. Die etwa 16 Milliarden Jahre seit dem Urknall schrumpfen dann auf knappe 2500 Jahre zusammen. Der Urknall hätte zur Zeit der alten Römer stattgefunden. Die letzten 50 Jahre, in denen wir mit unseren Fernrohren so tief in das Weltall eindringen konnten, schrumpfen auf etwa 4 Sekunden zusammen.

Räumlich im Massstab  $1:6,17 \cdot 10^{20}$ . Der Urknall hätte bei diesem Massstab eine Entfernung von etwa 2500 km.

Welche Grösse hätte unser Planetensystem von der Sonne bis zum Pluto? Etwa 0,0002 mm. Es hätte bequem im Zellkern eines Pantoffeltierchens Platz (Abbildung 15).

Wie weit wäre unser nächster Fixstern von uns entfernt? alpha-Centauri in einem Abstand von 4,3 Lichtjahren hätte eine Entfernung von einem halben Millimeter.

Welchen Durchmesser hätte unser Milchstrassensystem? Etwa 15 Meter. Etwa ein kleines Haus mit Garten.

Wie weit wäre unser nächster Milchstrassen nach bar von uns entfernt? Das uns am nächsten liegende Milchstrassensystem ist die grosse Magellansche Wolke, sie wäre gerade 25 Meter von uns entfernt. (Statt Milchstrassensystem sagt man auch Galaxie oder auch Nebel.)

Galaxien sind im Weltall nicht gleichmässig verteilt, sie ballen sich zu Gruppen zusammen, Gruppen zu Haufen, Haufen zu Superhaufen. Unsere lokale Gruppe, in der sich auch unsere Milchstrasse befindet, hätte einen Durchmesser von etwa 1200 m, die Grösse eines kleinen Dorfes (Abbildung 16).

Wie weit erstreckt sich dann das gesamte Universum? Die entferntesten Galaxien, welche wir mit unseren Beobachtungsinstrumenten noch wahrnehmen können, befinden sich in einer Entfernung von etwa 4000 Mpc, in unserm Modell wären das etwa 2000 km. Der URKNALL würde sich etwa in der Entfernung von Island befinden (Abbildung 17).

Unser Universum-Modell hat noch eine Besonderheit. Durch die zeitliche und räumliche Verkürzung schrumpft die Lichtgeschwindigkeit von 300 000 km/s auf 1 km/Jahr. Das würde aber Folgendes bedeuten: Lichtsignale aus einer Entfernung von 1000 km (auch Nachrichten über Radio und Fernsehen, wenn es das zu dieser Zeit schon gegeben hätte) wären 1000 Jahre alt. Aus dem 500 km entfernten Paris hätte man Nachrichten von Ludwig XII. Die Nachrichten aus dem 600 km entfernten Wien wären 600 Jahre alt, aus England erhielte man Nachrichten aus dem Mittelalter, aus Spanien und der Türkei Nachrichten aus der Römerzeit.

Noch einen interessanten Aspekt kann man aus diesem Universum-Modell entnehmen. Im Abschnitt 10 war die Rede von der Expansion des Weltalls. Die

Hubble-Konstante gibt die Fluchtgeschwindigkeit an, man rechnet heute mit einem Wert von etwa 75 km/s pro Mpc.

Für unser Modell ergibt sich Folgendes: In einer Entfernung von 500 km beträgt die Fluchtgeschwindigkeit 0,2 km/Jahr, in einer Entfernung von 1000 km sind es 0,4 km/Jahr, in 1500 km sind es 0,6 km/Jahr, in 2000 km Entfernung 0,8 km/Jahr und in 2500 km Entfernung 1 km/Jahr (was in unserem Modell der Lichtgeschwindigkeit entspricht).

Wie kommt es zu dieser «Flucht» der Städte und Dörfer? Es muss wohl angenommen werden, dass sich die Erde langsam aufbläst, wie ein Ballon. Mit welcher Geschwindigkeit? Der Effekt würde genau dann eintreten, wenn der Radius der Erde um 2,548 km/Jahr wächst. Rechnen wir nun zurück: Wann wäre die Erde (unser «Universum») dann entstanden? Der Erdradius beträgt 6370 km. 2,548 km sind darin 2500-mal enthalten. Die Erde (unser «Universum») hätte dann ein Alter von 2500 Jahren. War vor 2500 Jahren (in unserem Modell) der Urknall?

Aus unserem Modell können wir auch ersehen, wie extrem schwierig es ist, Aussagen über die Entstehungsgeschichte des Universums zu machen. Gehen wir wieder zu unserem Modell: Seit wenigen Sekunden erst machen wir gezielte Beobachtungen. Die Nachrichten aus Genf stammen aus der Zeit der französischen Revolution, die Nachrichten aus England aus dem Mittelalter, die Nachrichten aus Spanien aus der Römerzeit. Wir stellen fest, dass mit zunehmender Entfernung sich die Städte mit zunehmender Geschwindigkeit von uns weg bewegen. Wie schwierig wäre es da wohl, sich ein Bild von der «Geschichte dieser Erde» zu machen!